

# SAMLEDE FORMLER

Uden forklaring og eksempler

## INDHOLD

Forskellige matematiske begreber .....	2
Procent .....	2
Brøker .....	3
Trekanttyper og begreber.....	3
Geometriske begreber.....	4
Areal.....	5
Rumfang.....	6
Masse, Massefylde og Rumfang .....	6
Retvinklede trekanter .....	6
Pythagoras i retvinklede trekanter .....	7
Trigonometriske funktioner.....	7
Funktioner .....	8
Hyperbel .....	8
Lineær funktion.....	8
Lineære funktion og Hastighed og Afstand .....	8
Andengradsfunktion eller Parabel .....	8
Eksponentialfunktionen.....	8
Sandsynlighed.....	9
Kombinatorik .....	9
! Fakultet.....	9
Statistiske Deskriptorer (Statistik).....	9
Hyppighed og Frekvens -Tabeller .....	10
Diagrammer til visning af datasæt.....	10
Sådan får du data ind i et diagram.....	10
Parentesregler .....	11
Potensregler .....	11

## FORSKELLIGE MATEMATISKE BEGREBER

- Forhold: Når der spørges om noget i *forhold* til hinanden, skal der DELES også kaldet DIVIDERES
- Forskel: Når der spørges om *forskel* skal der TRÆKKES fra eller SUBTRAHERES.. Det er altså MINUS
- Funktionsforskrift: Se *Forskrift*.
- Forskrift: En funktionsforskrift, er normalt formen på en funktion med bogstaver, f.eks:  $y=ax+b$ . Men der kan også være tale om en specifik forskrift, f.eks:  $y = 6 \cdot 1,2^x$
- Polygon Flerkant. En eller anden figur med et antal sider der udgøres af rette linjestykker.

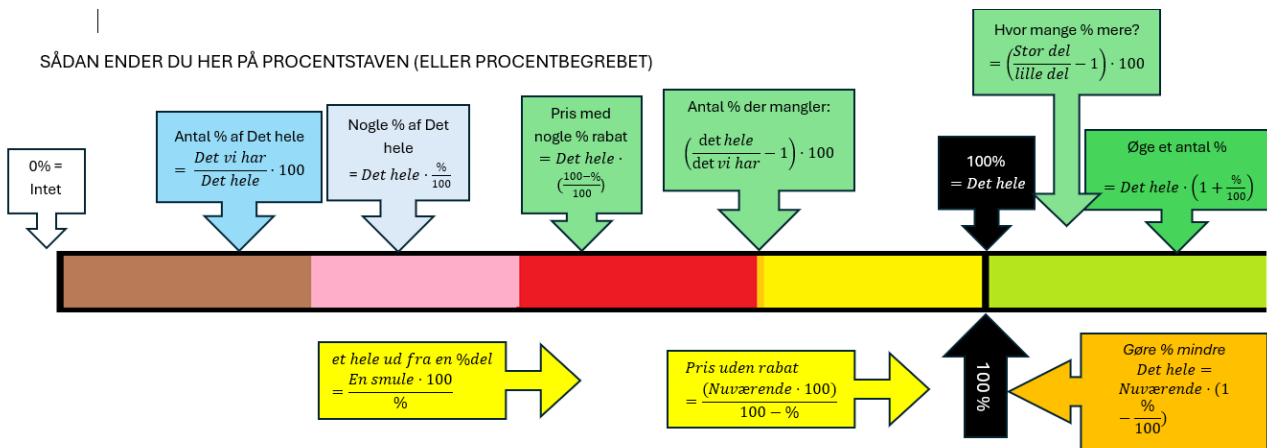
## PROCENT

- Brøk til procent  $\frac{a}{b} \cdot 100$  svaret er i procent
- En bestemt procentdel af det hele  $\frac{x \% \text{ (ikke decimaltal)}}{100} \cdot \text{oprindelig del}$
- Hvor mange procent noget er af det hele  $\frac{\text{del du er interesseret i}}{\text{totalt antal}} * 100 = \text{del i \%}$
- Det hele når du kender en procentdel  $\frac{100}{\text{procenttallet}} \cdot \text{den mængde du kender}$
- Fjerne procentdel  $\text{Pris uden moms} = \frac{\text{Samlet pris}}{1+\text{moms i decimaltal}}$
- Fjerne moms (25%)  $\text{Pris uden moms} = \frac{\text{Samlet pris}}{1,25} = \text{samletpris} \cdot 0,8$
- Øge med procentdel  $\text{øget mængde} = \text{oprindelig mængde} \cdot (1 + \text{procentdel i heltal})$
- Tilskrive moms (25%)  $\text{pris med moms} = \text{pris uden moms} \cdot 1,25$
- Rabat  $\text{rabatpris} = \text{originalpris} \cdot \frac{100-\text{rabat}}{100}$
- Procentlig forringelse

$$\text{procentreduceret del} = \text{Oprindelig del} \cdot (1 - \text{procentreduktionen i decimaltal})$$

Procentstaven: En samling af formler for procent

SÅDAN ENDER DU HER PÅ PROCENTSTAVEN (ELLER PROCENTBEGREBET)



SÅDAN KOMMER DU TILBAGE TIL DET HELE (ELLER VÆK FRA STEDET)

## BRØKER

Forkorte brøk:

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$$

Gange brøk med et (hel)tal

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c} = \frac{ab}{c}$$

Gange med brøk:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$$

Dele med (hel)tal

$$\frac{a}{b} / c = \frac{a}{b \cdot c} = \frac{a}{bc}$$

Dele med brøk

$$\frac{a}{b} / \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$$

Lægge sammen med fælles nævner:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

Lægge sammen med forskellig nævner:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$$

Trække fra med samme nævner:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

Trække fra med forskellig nævner:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-cb}{bd}$$

Vigtig regel

$$\frac{a}{a} = 1$$

## TREKANTTYPER OG BEGREBER

Ligebenet: Har **to sider af samme længde** (og to ens vinkler)

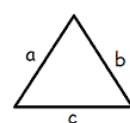
Ligesidet: Alle **sider er lige lange**, vinklerne er **alle 60°**.

Retvinklet: Den **ene** vinkel er **90°**. (Se i øvrigt ALT OM RETVINKLEDE TREKANTER OG TRIGONOMETRI).

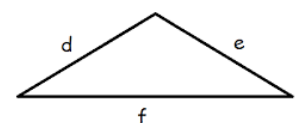
Stumpvinklet: **En** af vinklerne er **over 90°**. (trekant **def** er stumpvinklet)

Spidsvinklet: **Alle tre** vinkler er **under 90°**. (trekant **abc** er spidsvinklet)

Kongruent: To trekanter er **kongruente**, hvis de har samme sider og vinkler (spejling og drejning er underordnet).



ligesidet



ligebenet

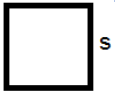
## GEOMETRISKE BEGREBER

Kongruens:	Betyder at to figurer er ens hvis de roteres og/eller spejles.
Lighedannethed:	Betyder at forholdene og vinklerne i en figur er ens, men ikke nødvendigvis størrelsen.
Vinkelhalveringslinje:	Linjen der ligger lige midt mellem to linjer (eller linjestykker) der skærer hinanden.
Median:	Linje fra midtpunktet på en sidelængde til en vinkel.

## AREAL

Find formel på den *flade* du skal finde **arealet** på i følgende og se formelen ud for **A**, eller på den *flade* du skal finde **omkredsen** på i følgende og se formelen ud for **O**.

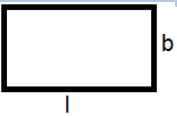
### Kvadrat



$$A = s \cdot s = s^2$$

$$O = 4 \cdot s$$

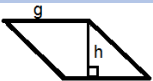
### Rektangel



$$A = l \cdot b$$

$$O = (2 \cdot l) + (2 \cdot b)$$

### Parallelogram



$$A = h \cdot g$$

*O: Som rektangel, hvis siderne kendes*

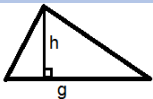
### Rhombe (et "væltet" kvadrat med lige lange sider)

*En rhombe kan regnes som et parallelogram*

*eller via:*

$$A = \frac{1}{2} \cdot d1 \cdot d2$$

### Trekant



$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$$

*O = de tre sider lagt sammen*

### Cirkel



$$A = \pi \cdot r^2$$

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r$$

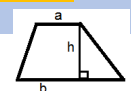
### Cirkeludsnit



$$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{v}{360}$$

$$\text{Buelængde, } S = r \cdot v \cdot \frac{\pi}{180}$$

### Trapez



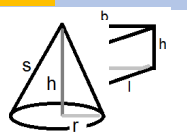
$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b)$$

*O: Læg sidelængderne sammen*

## RUMFANG

Find formel på det *legeme* du skal finde **Rumfanget** på i følgende oversigt, og se formelen ud for V (for Volume). For flere af legemerne er der også noteret formler for f.eks. Overfladeareal (O). De enkelte mål der skal bruges til beregningerne, er noteret på de tilhørende tegninger.

### Kasse



$$V = l \cdot b \cdot h$$

### Kugle

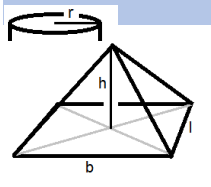


$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Overfladeareal

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

### Cylinder



$$V = h \cdot \pi \cdot r^2$$

Krum overflade

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Cylinderoverflade inkl. ender:

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$$

### Kegle

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi \cdot r^2$$

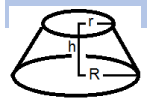
Krum overflade

$$O_A = \pi \cdot r \cdot s$$

Overflade inklusiv bund

$$O_A = \pi \cdot r \cdot (s + r)$$

### Keglestub

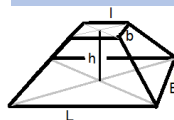


$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + (R * r))$$

### Pyramide

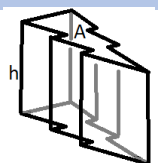
$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot l \cdot b$$

### Pyramidestub



$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (L \cdot B + l \cdot b + \sqrt{L \cdot B \cdot l \cdot b})$$

### Prisme (mærkelige former, der er strakt)



$$V = \text{grundfladeareal}(A) \cdot h$$

## MASSE, MASSEFYLDE OG RUMFANG

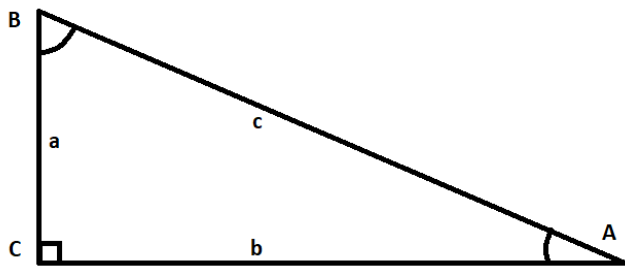
$$\text{massefylde} = \frac{\text{masse}}{\text{rumfang}}$$

## RETVINKLEDE TREKANTER

Små bogstaver angiver sidelængder

Store bogstaver angiver vinkler

## PYTHAGORAS I RETVINKLEDE TREKANTER



$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a^2 = c^2 - b^2 \Rightarrow$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

## TRIGONOMETRISKE FUNKTIONER

$$\cos(A) = \frac{b}{c}$$

$$b = \cos(A) \cdot c$$

$$c = \frac{b}{\cos(A)}$$

$$\cos(B) = \frac{a}{c}$$

$$a = \cos(B) \cdot c$$

$$c = \frac{a}{\cos(B)}$$

$$\sin(B) = \frac{b}{c}$$

$$b = \sin(B) \cdot c$$

$$c = \frac{b}{\sin(B)}$$

$$\sin(A) = \frac{a}{c}$$

$$a = \sin(A) \cdot c$$

$$c = \frac{a}{\sin(A)}$$

$$\tan(A) = \frac{a}{b}$$

$$a = \tan(A) \cdot b$$

$$b = \frac{a}{\tan(A)}$$

$$\tan(B) = \frac{b}{a}$$

$$b = \tan(B) \cdot a$$

$$a = \frac{b}{\tan(B)}$$

Bemærk at man aldrig bruger de oprindelige formler (de røde). Og at hvad man ved om trekanten siger hvilket sted man skal kigge (i grupper af fire).

$$A = \cos^{-1}\left(\frac{b}{c}\right)$$

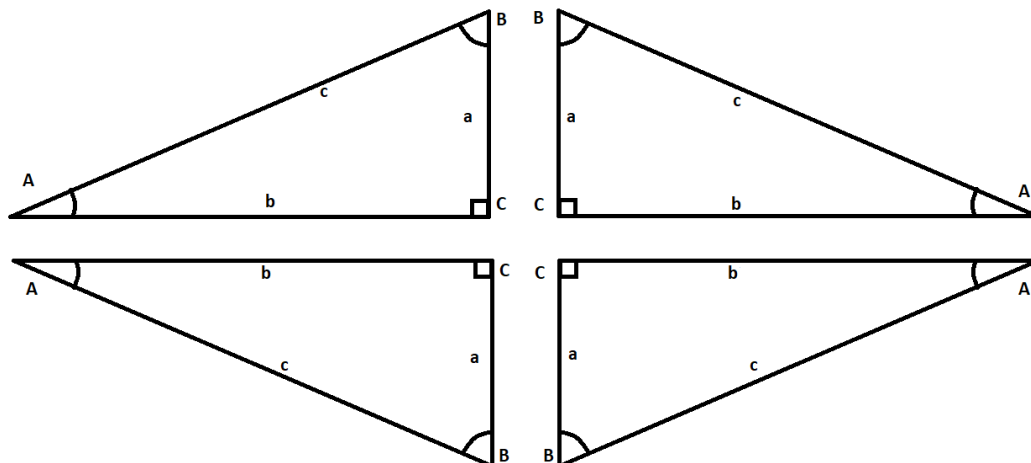
$$B = \cos^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$$

$$B = \sin^{-1}\left(\frac{b}{c}\right)$$

$$A = \sin^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$$

$$A = \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$B = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$



$$\sin(v) = \frac{\text{modstående}}{\text{hypotenusen}}$$

$$\cos(v) = \frac{\text{hosliggende}}{\text{hypotenusen}}$$

$$\tan(v) = \frac{\text{modstående}}{\text{hosliggende}}$$

## FUNKTIONER

### HYPERBEL

Forskrift for hyperbel

$$f(x) = y = \frac{a}{x}$$

**a** angiver hvor langt grafen er fra 0,0

### LINEÆR FUNKTION

Forskrift for Lineær funktion

$$f(x) = y = ax + b$$

**a** står for *hældningstallet*, eller *væksten*

**b** står for *skæring med y-aksen*, eller *startbetingelsen*

### LINEÆRE FUNKTION OG HASTIGHED OG AFSTAND

**a** er hastigheden

(gennemsnitlig)

**b** er afstand

### ANDENGRADSFUNKTION ELLER PARABEL

Forskrift for andengradsfunktion

$$f(x) = y = ax^2 + bx + c$$

Mere om andengrads ligningen (Ikke pensum):

Find diskriminanten:  $d = b^2 - 4ac$

Find toppunkt:  $(T_x; T_y) = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{d}{4a}\right)$

Løsning af ligningen:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$

**a** står for om krumningen er positiv eller negativ. Hvis a er stor er buen smallere.

**b** har noget at gøre med hvor toppunktet befinder sig. (Hældning i x=0)

**c** står for skæring med y-aksen, eller startbetingelsen

### EKSPONENTIALFUNKTIONEN

Forskrift for eksponentialfunktionen

$$f(x) = y = b \cdot a^x$$

**a** står for *væksttallet*.

Er a over 1 vokser funktionen eksponentielt.

Er a mellem 0 og 1 falder den. Er den negativ, eksisterer funktionen ikke.

**a** er ofte på formen  $a=(1+r)$ , hvor r er den vækst der bruges, ofte en procentlig vækst, der så skal laves om til et kommatall.

**b** står for *skæring med y-aksen*, eller *startbetingelsen*

## SANDSYNLIGHED

Grundformlen for al sandsynlighed  $P(X) = \frac{\text{antal gunstige udfald}}{\text{antal udfald i alt}}$

Sandsynligheden for at to uafhængige hændelser sker på samme tid  $P(X_1 \text{ og } X_2) = P(X_1) \cdot P(X_2)$

Sandsynligheden for at noget ikke sker  $P(\text{ikke } X) = 1 - P(X)$

Sandsynligheden for mindst et gunstigt udfald  $P(\text{mindst en af en slags}) = 1 - (1 - p)^n$

## KOMBINATORIK

	Med tilbagelægning	Uden tilbagelægning
Ordnet	$n^r$	$\frac{n!}{(n-r)!}$
Uordnet	$\frac{(n-1+r)!}{(n-1)! \cdot r!}$	$\frac{n!}{r!(n-r)!}$

$n$  er antal mulige udfald

$r$  er antal træk

Ordnet betyder at rækkefølgen af udfald er vigtig

*på række*

Uordnet er når alle udtrækkene samles i en uordnet pulje

*i klump*

Uden tilbagelægning er når et udfald ikke kan forekomme flere gange

*Hvert udfald unikt*

Med tilbagelægning er når et udfald kan forekomme flere gange

*Kopi af udfald muligt*

## ! FAKULTET

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1$$

Eksempel:  $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

## STATISTISKE DESKRIPTORER (STATISTIK)

En samling data hedder et **datasæt** eller et **observationssæt**.

**Gennemsnit eller middelværdi:** Læg alle tal sammen og del med antallet, eller brug **=MIDDEL(...)** eller **=AVERAGE(...)**.

**Gennemsnit på grupperede data:** beregnes ved at gange hvert intervalmidtpunkt med antallet af observationer i intervallet, lægge sammen og dividere med det samlede antal observationer.

**Mindsteværdi:** Den mindste værdi i sættet. **=MIN(...)** (eller **KVARTIL(...;0)** eller **QUARTILE(...;0)**)

**Størsteværdi:** Den største værdi i sættet. **=MAKS(...)** eller **=MAX(...)** (eller **KVARTIL(...;4)** eller **QUARTILE(...;4)**)

**Variationsbredde:** Forskellen på størsteværdi og mindsteværdi. **=MAKS(...)** - **MIN(...)**

**Nedre kvartil:** Den største af de 25 % mindste data (den midterste af den nedre halvdel). **=KVARTIL(...;1)**, eller **QUARTILE(...;1)**

**Median:** Den største af de 50 % mindste data. (den midterste). **=MEDIAN(...)** eller **=KVARTIL(...;2)**, eller **=QUARTILE(...;2)**.

**Øvre kvartil:** Den største af de 75 % mindste data (den midterste af den øvre halvdel). **=KVARTIL(...;3)**, eller **QUARTILE(...;3)**

**Typetal:** Det tal der forekommer flest gange. Hvis flere tal forekommer flest gange er de alle typetal. **=HYPPIGST.FLERE(...)** eller **=MODE.MULT(...)**. Vær opmærksom på at dette giver flere tal som så skal sorteres, f.eks. med **MIN(...)**. *TIP!* Det er ofte en fordel at lave en hyppighedstabel som beskrevet nedenfor.

## HYPPIGHED OG FREKVENSTABELLER

**Hyppighed(-stabel):** Hvor mange gange et tal forekommer i datasættet. Tælles for hvert tal, gerne i en tabel, altså en hyppighedstabel. Få f.eks. excel til at sortere data først. Du kan bruge =TÆL.HVIS(...;tal) til at tælle hvert enkelt tal (hedder COUNTIF på engelsk)

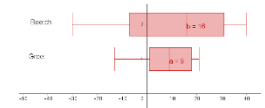
=TÆL.HVIS(A:A;F2)

**Frekvens(tabel):** Hvor mange procent af gangene forekommer et tal. (hyppighed/antal). Skal ganges med 100 hvis du laver det i hånden, ellers har excel en tast der kan få data vist som procent...

## DIAGRAMMER TIL VISNING AF DATASÆT

**Histogram** viser en fordeling af de enkelte datas antal. Laves ud fra en hyppigheds- eller frekvenstabel. Se hvordan nedenfor.

**Boksplot** bruges til at vise sammenligninger mellem datasæt.



**Pindediagram** eller **søjlediagram** til at vise niveauer og niveauforskelle.

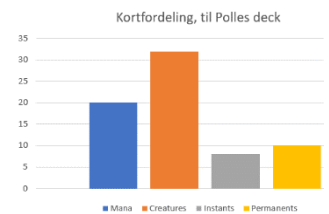
**Kurvediagram** til at vise hvordan noget udvikler sig.

**Cirkeldiagram** til at vise hvordan noget er fordelt ud af et hele. Fordeling. Det er MEGET sjældent cirkeldiagram du skal bruge.

## SÅDAN FÅR DU DATA IND I ET DIAGRAM

- Marker de data du vil have vist.
- Marker også gerne eventuelle labels du vil have vist.
- Tryk på indsæt -> diagram
- Vælg det der bedst viser det du vil vise (jeg forsøger normalt med det excel selv foreslår først).
- Tilpas diagrammet så det du vil vises gøres endnu tydeligere.

Mana	20
Creatures	32
Instants	8
Permanents	10



## PARENTESREGLER

Et tal der står foran en parentes skal ganges ind i parentesen. Husk at der er et usynligt gange mellem bogstaver.

Gange ind i parentes  $a(b + c) = ab + ac$

Gange med negativt tal  $-a(b - c + d) = -ab + ac - ad$

To toleddede parenteser ganget med hinanden

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a - b)(c - d) = ac - ad + bc + bd$$

Kvadratparenteser i toleddede størrelser

$$(a + b)(a + b) = (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a - b)(a - b) = (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

## POTENSREGLER

Gange to potenstal med samme grundtal  $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$

Dele to potenstal med samme grundtal  $a^b / a^c = a^{b-c}$

Faktorisering  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

Deleekvivalens  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Potenser af potenser med samme grundtal  $(a^n)^m = a^{nm}$

Vigtig regel  $a^0 = 1$

Negativ potens  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Potens og kvadratrods  $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$