ALT OM KOMBINATORIK (DET VIGTIGSTE I DET MINDSTE)

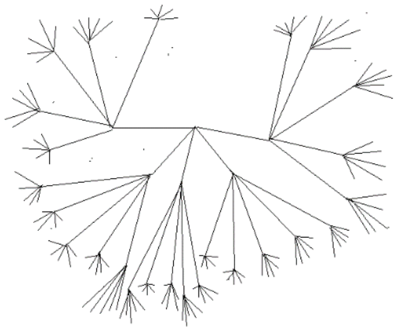
HVAD ER KOMBINATORIK?

Kombinatorik handler om at finde ud af hvor mange måder der er at gøre noget på. Det handler altså om at finde det totale antal *kombinationer*.

TÆLLETRÆER

Ved at se hvor mange grene i et tælletræ der giver et resultat vi ønsker, kan man finde alle kombinationerne. Problemet bliver at tælletræer bliver meget indviklede selv ved meget ukomplicerede situationer.

Eksempel: Dorte skal vælge 3 kugler is, hver med 5 muligheder. Hvor mange måder kan hun sammensætte sin is hvis rækkefølgen har betydning (det har den altid når man sammensætter is!).



Her er alle mulighederne tegnet op. Herfra er det "bare" at tælle alle de små endegrene.

Det bliver til 125 små grene.

Dette kunne være regnet så meget simplere:

$5^3 = 5 * 5 * 5 = 125.$

! FAKULTET

Man skriver n! for at angive at der er tale om n's fakultet. Matematisk betyder det n*(n-1)*(n-2)*.... *1.

Eksempel: $7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$

SANDSYNLIGHED

Hvis man skal finde ud af sandsynligheden for at et af udfaldene sker ud fra kombinatorik, bruges:

$$P(X) = \frac{Antal\ gunstige\ udfald}{Antal\ mulige\ udfald}$$

For det meste er antal gunstige 1, og antal mulige det som findes via kombinatorik.

TILBAGELÆGNING OG ORDNETHED

Man skal have styr på to begreber; Tilbagelægning og ordnet/uordnet. Når man kombinerer disse to udtryk finder man den rigtige formel, sætter ind i formlen, og får et resultat.

TILBAGELÆGNING

Med tilbagelægning, er når et udfald ***kan*** forekomme igen. *Eksempel: i en fircifret kode på et tastatur.*

Uden tilbagelægning er når et udfald ***ikke kan*** forekomme igen.

Eksempel: Når man trækker indslag op af en skål når man spiller Margretheskål.

ORDNET/UORDNET

Ordnet er når rækkefølgen af resultaterne ***har betydning***. *Eksempel: i en fircifret kode på et tastatur.*

Uordnet er når rækkefølgen af resultaterne ***ikke har betydning*** noget.

Eksempel: Når du har valgt hvilke krydderier der skal i din ret.

FORMEL

Når du er stillet overfor et kombinatorisk problem, analyserer du situationen ud fra tilbagelægning og ordnethed. Der er fire muligheder for at kombinere. Find så den rette formel herunder:

	Med tilbagelægning	Uden tilbagelægning
Ordnet	n^r	$\frac{n!}{(n-r)!}$
Uordnet	$\frac{(n-1+r)!}{(n-1)!\cdot r!}$	$\frac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$

n er antal mulige udfald *Eksempel: Når der er 5 is at vælge mellem, er n=5*

r er antal træk *Eksempel: Når du skal vælge tre kugler til din is, er r=3*

Eksempler:

***Ordnet Med tilbagelægning**: Vi skal gætte de fire cifre i MO's biblitekskode: $n^r = 10^4$=10.000 muligheder.*

***Uordnet Med tilbagelægning**: Din bedstemor VIL strikke en bluse til dig. Til blusen skal der bruges tre farver og du kan vælge mellem 6 farver (brun, råhvid, beige, lysegul, marron, modehvid) i alt. Du må gerne vælge den samme farve flere gange:* $\frac{(n-1+r)!}{(n-1)!*r!} = \frac{(6-1+3)!}{(6-1)!*3!} = \frac{8!}{5!*3!} = \frac{40320}{120*6} = 56\ muligheder$

***Ordnet Uden tilbagelægning:** 2 lottotal i rigtig rækkefølge. n er 34 (fordi der er 34 numre), r er 2 (fordi du trækker to numre)*

$$P(34{,}2) = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{34!}{32!} = 34 * 33 = 1088.$$

Sandsynligheden er så 1/1088, eller 0,09%.

***Uordnet Uden tilbagelægning:** 7 korrekte lottotal ud af 34 (n 34, r 7):* $K(34{,}7) = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{34!}{7!27!}$

$\frac{34\cdot33\cdot32\cdot31\cdot30\cdot29\cdot28}{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}$*, idet der er forkortet.* *Der er 5.379.616 muligheder.*

Sandsynligheden for at få syv rigtige er 1 ud af 5.379.616.

BINOMIALKVOTIENT (IKKE PENSUM)

Bruges til at regne sandsynligheden ud for netop et bestemt antal ud af et antal trækninger eller forsøg.

$$P(X = r) = \frac{\mathrm{n!}}{\mathrm{r!\,(n-r)!}} * p^r * (1-p)^{n-r}$$

p = sandsynlighed for udfald n = antal mulige udfald eller forsøg r = antal ønskede successer

Eksempel: sandsynligheden for at slå 2 femmere med 4 terninger.

n er 4, r er 2, p = 1/6.

$$P(X = 2) = \frac{4!}{2!(4-2)!} * \frac{1}{6}^2 * \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{4-2} = \frac{4*3*2*1}{2*1*2*1} * \frac{1}{6}^2 * \frac{5}{6}^2 = 6 * \frac{1}{36} * \frac{25}{36} = \frac{150}{1296} = 0{,}115 = 11{,}5\%$$