

ALT OM FUNKTIONER (DET VIGTIGSTE I DET MINDSTE)

HVAD ER EN MATEMATISK FUNKTION

En funktion er en matematisk ligning der beskriver et output i forhold til et input. **Hver gang** man putter **det samme tal ind** i en funktion, kommer der **det samme ud** af funktionen.

DISSE FUNKTIONER SKAL DU KENDE

Funktionerne I skal kende til i folkeskolen er:

- | | |
|--------------------------------------|---|
| 1) $y = \frac{a}{x}$ | Hyperbel |
| 2) $y = a \cdot x + b$ | Lineær funktion (funktion for en ret linje) |
| 3) $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ | Parabel |
| 4) $y = b \cdot a^x$ | Eksponentialfunktion |

Disse er på ingen måde de eneste der findes, det er dog de letteste. Har man styr på hvordan de ser ud og hvad man skal forvente af deres forløb er man nået langt. Af disse er lineær funktion og eksponentialfunktionen de vigtigste for hvad man skal kunne i folkeskolen, mens parabelen er særdeles vigtig i specielt gymnasieniveau matematik.

OUTPUTFORMAT

De ovenstående kan alle skrives med et $f(x)$ i stedet for y . Det kan nogle gange være nemmere at forstå en funktion hvis man siger $f(x)$, som udtales: "f af x", eller "funktionsværdien af x". Når man også kan sige "y er lig", er det fordi funktionsværdien aflæses på y-aksen når funktionen sættes ind i et koordinatsystem.

HVAD ER EN FORSKRIFT?

En forskrift er en specifik version af en funktion. Hvor man altså har sat tal ind for **a**, **b** (og **c**).

Eksempel: *En specifik version af parabelen, med den generelle forskrift: $y = ax^2 + bx + c$, kunne være*

$$y = 2x^2 + 9x - 7$$

Den kan også skrives:

$$f(x) = 2x^2 + 9x - 7$$

(mere næste side...)

DETTE BETYDER BOGSTAVERNE I EN FUNKTION

A FOR HYPERBLEN

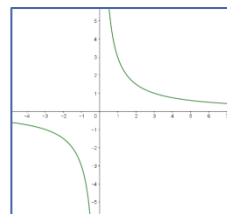
$$y = \frac{a}{x}$$

Hyperblen er grundlæggende bare en division.

a angiver hvor langt grafen er fra 0,0

Eksempel: Der er 60 km til din mormor. For at kunne aflæse hvor lang tid det tager at køre til hende med jævn fart, x , kan du bruge $y = 60/x$.

Eksempel på hyperbel



A OG B FOR LINEÆR FUNKTION

$$y = ax + b$$

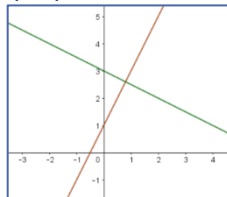
Lineær funktion bruges til at beskrive noget der ændrer sig ens hele tiden.

a står for **hældningstallet**, eller **væksten**

b står for **skæring med y-aksen**, eller **startbetingelsen**

Eksempel: Du skal bruge en funktion der beskriver et abonnement: Abonnementet har en startpris på 500 kr, og koster 125 kr om måneden. Forskriften bliver så: $y = 125x + 500$.

To eksempler på lineære funktioner



A, B OG C FOR EN ANDENGRADSFUNKTION

$$y = ax^2 + bx + c$$

Mere om andengradsligningen (Ikke pensum):

Find diskriminanten: $d = b^2 - 4ac$

Find toppunkt: $(T_x; T_y) = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{d}{4a}\right)$

Løsning af ligningen: $x = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$

Andengradsligninger kaldes også for **parabler**, og bruges primært til at beskrive kasteparabler.

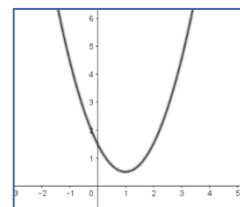
a står for om krumningen er positiv eller negativ. Hvis **a** er stor er buen smallere.

b har noget at gøre med hvor toppunktet befinder sig.

(**b** betegner mere specifikt hældningen i $x=0$)

c står for skæring med y-aksen, eller startbetingelsen

Eksempel på andengradsfunktion



Eksempel: En bold kastes fra en højde på 2 m, og i en vinkel der passer med en hældning på 3. Tyngdekraften simuleres med en værdi på -0,5. Funktionen får forskriften $y = -0,5x^2 + 3x + 2$

A OG B FOR EKSPONENTIALFUNKTIONEN

$$y = b \cdot a^x$$

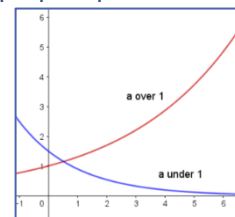
Ekspontionalfunktioner kan bruges til at beskrive noget der udvikler sig forholdsmæssigt lige meget. Det meste naturlige vækst kan ofte beskrives som eksponentielt.

a står for **væksttallet**. Er **a** over 1 vokser funktionen eksponentielt. Er **a** mellem 0 og 1 falder den. Er den negativ, eksisterer funktionen ikke.

a er ofte på formen $a=(1+r)$, hvor **r** er den vækst der bruges, ofte en procentlig vækst, der så skal laves om til et decimaltal.

b står for **skæring med y-aksen**, eller **startbetingelsen**

To eksempler på eksponentialfunktioner



Eksempel: Du skal finde forskriften for en eksponentiel vækst på overskud for et firma der nu har overskud på 200.000 kr. som vokser med 25% pr år. Forskriften er $y = 200000 \cdot 1,25^x$

SÅDAN KAN DU GENKENDE EN FUNKTION

En funktion er en matematisk ligning der beskriver et output i forhold til et input. **Hver gang** man putter *det samme tal ind* i en funktion kommer der *det samme ud* af funktionen (input og output er ofte forskellige). Dette kræver at **x** er en variabel og at **a, b og c** er faste, altså konstante gennem hele det område hvor ligningen virker.

Værdien der kommer ud af ligningen kaldes y eller f(x):

$$y = f(x)$$

Altså y-værdien er funktionens værdi, når man putter tallet x i den, eller funktionsværdien af f.

f(x) kan erstattes af hvilken som helst entydig ligning.

<i>Eksempel: Hver gang man putter x=2 ind i ligningen y=2x+2, bliver resultatet</i>	$(2 \cdot 2 + 2 = 6)$	<i>altså</i>	$y = 6.$
<i>Man kan også sige at</i>	$f(2) = 6$		

SÅDAN TEGNER DU GRAFER FOR FUNKTIONER

Når man bruger Geogebra skal man blot skrive funktionen direkte ind i inputlinjen, uden at lave noget om, så tegner Geogebra funktionens forløb for dig. Husk dog at Geogebra taler engelsk, så kommatalskrives med punktum i stedet for komma. OG husk x.

<i>Eksempel:</i>	<i>Du skal tegne linjen: y = 2,3x + 8,1</i>
<i>Du skriver</i>	$y = 2.3x + 8.1$ <i>i inputlinjen i geogebra (for den taler engelsk)</i>

Ellers må man ty til at lave en sildebensanalyse. Hvis der ikke er tale om en ret linje kan det nogle gange være at man skal beregne mange værdier for at få en fornemmelse for ligningens forløb, med sildebensmetoden.

EN LIGNINGS LØSNING

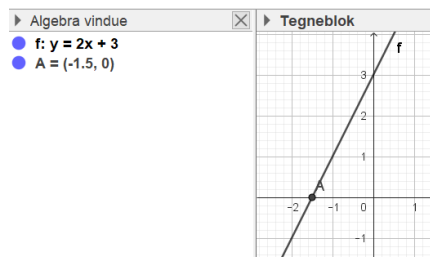
Man taler ofte om en lignings løsning. En lignings løsning er den x-værdi der gør at funktionen har en bestemt værdi. Den generelle løsning man taler om hvis der ikke er nævnt andet, er løsningen for y = 0 (altså hvor ligningen bliver nul).

De fleste ligninger I skal arbejde med, har maksimalt én løsning, men andengradsligningen kan have to, fordi den kan ramme den samme værdi (også nul) to gange. Den kan ikke have flere end to løsninger. Modsat har eksponentialfunktionen og hyperblen ikke en generel løsning, da disse ikke rammer nul.

Løsningen er x-værdier, altså angiver en løsning hvilken x-værdi der giver den givne værdi (y-værdi). Løsninger er som regel ret nemme at få en ide om når man har tegnet den.

Eksempel: *Du skal finde løsningen for y=2x+3.* *Vi sætter funktionen lig nul:*

$$0 = 2x + 3 \quad \rightarrow \quad -3 = 2x \quad \rightarrow \quad x = -1,5$$



Samme i Geogebra